文章编号：0258-2724(2021)01-0068-07 DOI: 10.3969/j.issn.0258-2724.20190023

抑制轮轨摩擦自激振动的扣件结构多参数拟合研究

崔晓璐[1]，黄 博[2]，陈光雄[3]

（1. 重庆交通大学机电与车辆工程学院，重庆 400074；2. 西南交通大学土木工程学院，四川 成都 610031；3. 西南交通大学机械工程学院，四川 成都 610031）

摘 要：为研究扣件结构参数对轮轨摩擦自激振动的影响，基于轮轨摩擦耦合自激振动的观点建立了小半径曲线轨道整体道床支承的轮轨系统有限元模型；通过现场测试和数值仿真验证了轮轨摩擦自激振动模型，进而基于该模型研究了扣件结构中各参数对轮轨摩擦自激振动的影响；综合考虑多因素之间的相互影响，采用最小二乘法得到了预测轮轨摩擦自激振动发生可能性的扣件结构多参数拟合方程. 研究结果表明：在整体道床支承的小半径曲线轨道上，轮轨间饱和蠕滑力引起的轮轨摩擦自激振动是诱导该区间钢轨波磨的关键因素，轮轨系统的摩擦自激振动主要发生在 300 Hz 和 320 Hz；根据扣件结构的多参数拟合方程，在适当范围内，扣件的垂向阻尼为 1 000 N•s/m，扣件间距为 1.0 m 组合时，可以降低小半径曲线轨道上轮轨系统摩擦自激振动发生的可能性，从而降低钢轨波磨发生的可能性.

关键词：摩擦自激振动；扣件结构；最小二乘法；多参数拟合；钢轨波磨

中图分类号：U211.5 **文献标志码**：A

Research on Multi-Parameter Fitting of Fastener Structures to Suppress Wheel-Rail Friction Self-Excited Vibration

CUI Xiaolu[1], *HUANG Bo*[2], *CHEN Guangxiong*[3]

(1. School of Mechanotronics & Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 40074, China; 2. Department of Bridge Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 3. State Key Laboratory of Traction Power, Tribology Research Institute, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: To study the effect of fastener structure parameters on wheel-rail frictional self-excited oscillation, based on the viewpoint of frictional self-excited vibration of the wheel-rail, a finite element model of the wheelset-track system on a small-radius curve track supporting by the monolithic roadbed was established. Then, the wheel-rail frictional self-excited vibration model was verified by the field test and numerical simulation. Furthermore, the influence of fastener parameters on the wheel-rail frictional self-excited oscillation was studied. Considering the interaction between multiple factors, the occurrence possibility of wheel-rail frictional self-excited oscillation was obtained by the least squares method. The results show that the wheel-rail frictional self-excited oscillation caused by the saturated creep force between the wheel and rail is a key reason that causes rail corrugation on a small-radius curve track supporting by the monolithic roadbed. The frictional self-excited oscillation mainly occurs at 300 Hz and 320 Hz. According to the multi-parameter fitting equation of fastener structure, when the vertical damping of fastener is 1 000 N •s/m and the fastener distance is 1.0 m in the

收稿日期：2019-01-17 **修回日期**：2019-05-30 **网络首发日期**：2019-07-05

基金项目：国家自然科学基金（51805057）；中国博士后科学基金（2019M663889XB）；重庆市基础研究与前沿探索项目（cstc2018jcyjAX0636）；重庆市教委科学技术研究项目（KJQN201900734）

通信作者：崔晓璐（1990—），女，副教授，研究方向为轮轨/弓网摩擦学、车辆-轨道系统动力学，E-mail：cui_xiaolu@foxmail.com

引文格式：崔晓璐，黄博，陈光雄. 抑制轮轨摩擦自激振动的扣件结构多参数拟合研究[J]. 西南交通大学学报，2021，56(1)：68-74.
CUI Xiaolu，HUANG Bo，CHEN Guangxiong. Research on multi-parameter fitting of fastener structures to suppress wheel-rail friction self-excited vibration[J]. Journal of Southwest Jiaotong University，2021，56(1)：68-74.

appropriate range, the possibility of wheel-rail frictional self-excited oscillation is reduced, thereby the possibility of rail corrugation is reduced.

Key words: frictional self-excited vibration; fastener structure; least squares method; multi-parameter fitting; rail corrugation

作为地铁线路中非常显著的轨道损伤问题，钢轨波磨问题的研究可以追述到上个世纪[1-2]. 对于波磨的抑制和消除，目前地铁线路中的主要治理方法有钢轨打磨、钢轨润滑、轮轨摩擦系数调节、提高钢轨材料硬度或更换钢轨[3]. 除上述方法以外，国内外研究人员也在努力从优化轨道支承结构的角度来抑制和消除钢轨波磨：Egana 等[4]提出采用刚度较低的扣件有助于降低轮轨间的垂向接触力，从而减缓钢轨波磨的产生，然而当地铁线路采用了刚度较低的科隆蛋扣件后，地铁线路上的钢轨波磨不但没有被抑制，反而更加严重[5-6]；Liu 等[7]通过对北京地铁科隆蛋扣件地段钢轨波磨的现场调研提出了抑制钢轨波磨的 3 种措施（扣件中加入橡胶垫、将扣件替换为压缩扣件和安装轨道减振器）；Zhao 等[8]针对重庆地铁科隆蛋扣件地段出现的波磨问题提出了采用轨道吸振器的方法来抑制此类波磨；Wu[9]提出采用轨道吸振器来抑制 pinned-pinned 响应，从而控制轮轨滚动噪声和短波波磨的发展，但如果 pinned-pinned响应未能得到吸振器的完全抑制，转移的响应将会导致新的波磨的产生. 为进一步综合考虑轨道支承结构中多参数的相互影响，Yan 等[10]采用遗传算法对北京地铁线路上梯形轨道支承结构的扣件结构进行了参数优化，通过改变扣件的刚度和阻尼来影响轮轨间的高频振动特性，改变扣件的材料参数来影响轮轨间的低频振动特性，从而降低钢轨波磨的发生概率；Oyarzabal 等[11]则应用钢轨波磨萌生与扩展（RACING）对轨道支承结构中的 14 个因素进行优化以实现波磨发生概率的最小化.

通过前期的一系列研究可以发现，通过优化轨道支承结构来抑制钢轨波磨的方法主要是基于钢轨波磨产生机理中的波长固定机理[4-11]. 波长固定机理主要反映了车辆-轨道系统的动态响应[1]. 由于钢轨波磨的波长与轮轨间动态激励的振动频率密切相关，为确定诱发钢轨波磨的主要振动，基于波长固定机理主要提出了两类观点[3]：轮轨瞬态动力学机理[7, 9, 10]和轮轨系统的不稳定机理[12-14]. 其中，在轮轨系统的不稳定机理中又主要包括了轮轨粘滑机理[14]和轮轨摩擦自激振动机理[12-13].

本文主要基于摩擦耦合自激振动导致钢轨波磨的观点，建立了小半径曲线轨道整体道床支承导向轮对-钢轨系统的有限元模型. 首先通过现场测试和数值仿真验证了轮轨摩擦自激振动的数值模型，然后基于该模型研究了轨道支承结构中扣件结构的多参数对轮轨系统摩擦自激振动的影响. 综合考虑多参数间的相互作用，提出了预测轮轨系统摩擦自激振动发生可能性的扣件结构多参数拟合方程，为抑制钢轨波磨的扣件结构优化提供参考. 由于目前钢轨波磨的产生机理尚不明确，不同轨道支承结构诱导钢轨波磨的振动响应不能用一种观点来解释，因此本文主要是对抑制小半径曲线轨道整体道床支承轮轨系统的摩擦自激振动展开了多参数拟合研究.

1　轮轨摩擦自激振动的仿真模型和数值方法

1.1　轮轨系统的有限元模型

根据现场测试发现，地铁线路的小半径曲线轨道是钢轨波磨的高发区段，并且通常发生在内轨上[12]. 根据小半径曲线轨道的轮轨接触模型[12]建立了小半径曲线（半径 $R < 300$ m）轨道整体道床支承的导向轮对-钢轨系统有限元模型，如图 1 所示，材料参数如表 1 所示[15-16]. 在小半径曲线轨道处轮轨间的接触状态为：外轮与外轨间的接触点位于车轮轮缘与钢轨轨头之间，内轮与内轨间的接触点位于车轮踏面和钢轨轨头之间. 建立了曲线半径为 300 m 时的轮轨接触模型，具体的接触位置通过 simpack 的动力学分析确定. 在该模型中：轮对的车轮踏面为磨耗型踏面，钢轨型号为 60 kg/m，两端采用固定约束；轮轨间的摩擦系数设为 0.4，在其接触区间进行了网格细化；轨道支承结构为整体道床轨道，由于在整体道床轨道支承结构中，轨枕镶嵌在道床板内，因此建模时可以将轨枕和道床板作为整体考虑[17]. 钢轨和整体道床直接通过扣件连接，扣件采用点对点的弹簧-阻尼单元模拟. 地基对轨道板的支承则采用点-面的弹簧-阻尼单元模拟.

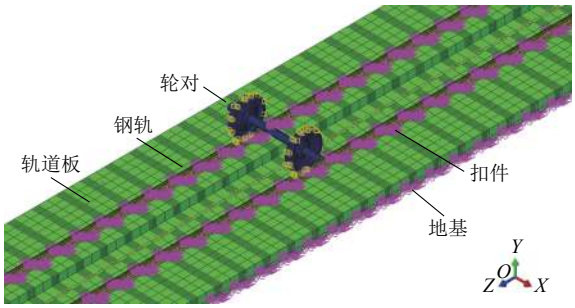


图 1 轮对-钢轨系统的有限元模型(R = 300 m)
Fig. 1 Finite element model of wheelset-track system (R = 300 m)

表 1 轮轨系统有限元模型的材料参数
Tab. 1 Material parameters of finite element model of wheelset-track system

部件	弹性模量/($\times10^{11}$ Pa)	泊松比	密度/(kg•m^{-3})
轮对	2.100	0.30	7 800
钢轨	2.059	0.30	7 790
轨道板	0.325	0.24	2 500

1.2 摩擦自激振动的数值方法

轮轨系统摩擦耦合自激振动导致钢轨波磨的观点认为:当轮轨间的蠕滑力趋于饱和时,将导致轮轨系统的刚度矩阵变得不对称,引起轮轨系统的摩擦耦合自激振动,从而导致轮轨间摩擦功的波动[12, 18]. 当列车通过小半径曲线轨道时,轮轨间的蠕滑力通常趋于饱和[12]. 根据 Brockley 等[19]提出的钢轨磨损公式可以推断出,当轮轨系统发生摩擦自激振动时,轮轨间的法向接触力和摩擦功均发生了同频率的波动,因此钢轨在单位时间内的磨损量也发生了同频率的周期性波动,从而诱导钢轨波磨的产生[18]. 该观点在前期的研究中通过现场测试、数值仿真和试验模拟得到了验证[6, 12].

在摩擦自激振动的数值分析中,复特征值分析法可以在频域范围内较为准确地预测系统发生摩擦自激振动时的振动频率和相应的振动模态,从而预测系统的稳定性[20]. 对于轮轨系统,在准静态下的运动方程为[12]

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{f}}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}}\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{f}}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}, \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为位移向量;$\boldsymbol{M}_{\mathrm{f}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}}$、$\boldsymbol{K}_{\mathrm{f}}$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,在摩擦力的作用下,矩阵变得不对称,矩阵的不对称性越强,轮轨系统的摩擦自激振动越容易发生.

式 (1) 的特征值方程为

$$(\lambda^2\boldsymbol{M}_{\mathrm{f}}+\lambda\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{f}})\boldsymbol{y}=\boldsymbol{0}, \tag{2}$$

式中:λ 为特征值;$\boldsymbol{y}$ 为相应的特征向量.

采用子空间法对式 (2) 进行复特征值问题的求解,通解为

$$x(t)=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{y}_i\exp(\alpha_i+\mathrm{j}\omega_i)t, \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{y}_i$ 为第 i 阶特征向量;t 为时间;$(\alpha_i+\mathrm{j}\omega_i)$ 为第 i 阶特征值,复特征值的实部 α_i 是判断系统稳定性的重要参数,当 $\alpha_i>0$ 时,系统逐渐趋于不稳定,特征值实部越大,在相应频率下系统自激振动发生的可能性越大[20],复特征值实部过小,轨道结构自身的阻尼足够克服少量的不稳定振动,此时轮轨系统发生自激振动的概率极低,可以忽略不计.

在本文中,将采用复特征值分析法进行轮轨系统的摩擦自激振动分析,考虑轮轨间的摩擦耦合特性,提取系统的主要不稳定振动频率,根据特征值实部判断轮轨摩擦自激振动发生的可能性,由此判断钢轨波磨发生的可能性.

2 扣件结构多参数拟合研究

2.1 小半径曲线轨道轮轨摩擦自激振动模型的验证

为验证轮轨摩擦自激振动数值仿真模型的正确性,需将现场测试结果与数值仿真结果进行对比[15-16]. 通过现场调研发现:在科隆蛋扣件轨道的小半径曲线段出现了波长为 30～65 mm 的短波波磨,并且该波磨主要发生在内轨上[6];在小半径曲线轨道上地铁车辆的运行速度约为 60 km/h,诱导钢轨波磨的振动频率约为 256～556 Hz;科隆蛋扣件轨道支承结构的相关参数如表 2 所示[6]. 采用 Python 语言可以将该轨道支承结构中的支承刚度和阻尼,通过弹簧-阻尼单元加载到轮轨系统的有限元模型中.

表 2 科隆蛋扣件轨道支承结构参数
Tab. 2 Parameters of track support structure of Cologne-egg fastener

轨道支承结构参数	符号	数值
轨枕间距/m	d	0.625
扣件垂向刚度/(N•m^{-1})	K_{RY}	1.21×10^{7}
扣件横向刚度/(N•m^{-1})	K_{RX}	7.58×10^{6}
扣件纵向刚度/(N•m^{-1})	K_{RZ}	7.58×10^{6}
扣件垂向阻尼/(N•s•m^{-1})	C_{RY}	1 361.12
扣件横向阻尼/(N•s•m^{-1})	C_{RX}	974.27
扣件纵向阻尼/(N•s•m^{-1})	C_{RZ}	974.27
地基支承刚度/(N•m^{-1})	K_{F}	1.7×10^{8}
地基支承阻尼/(N•s•m^{-1})	C_{F}	3.1×10^{8}

在数值仿真中，通过复特征值分析可以得到小半径曲线轨道科隆蛋扣件支承轮轨系统的摩擦自激振动频率和相应的振动模态，如图 2 所示，由图 2 可以发现，在科隆蛋扣件轨道支承下，轮轨系统摩擦自激振动的主要频率分别为 301.68 Hz 和 321.61 Hz，且发生在内轨上.预测得到轮轨摩擦自激振动的主要频率不仅在诱导波磨频率范围内（256～556 Hz），并且自激振动的发生位置与波磨位置一致，由此可以验证该小半径曲线轨道轮轨摩擦自激振动模型，并且可以在一定程度上证明轮轨间的摩擦自激振动是诱导该区间钢轨波磨的关键因素[6].

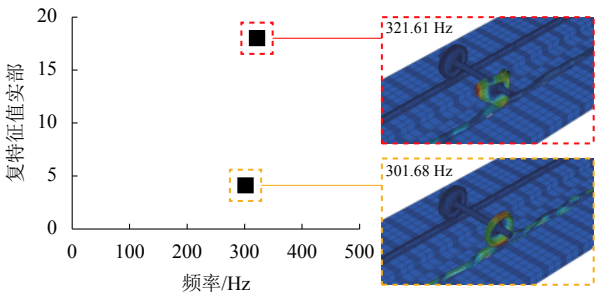


图 2　轮轨系统的摩擦自激振动频率和模态

Fig. 2　Frictional self-excited vibration frequencies and modes of wheelset-track system

2.2　扣件结构对轮轨摩擦自激振动的参数化研究

由于目前地铁线路不同区间的减振要求不同，相应路段采用的轨道支承结构也不尽相同，其中减振型扣件轨道（科隆蛋扣件、先锋扣件等）和非减振型扣件轨道（DT 型系列扣件）在地铁线路中应用广泛[21]. 减振型扣件轨道中扣件的静态垂向刚度为 8×10^6 ～ 4×10^7 N/m，非减振型扣件轨道中扣件的垂向静刚度约为 4×10^7 N/m[21].

本文以小半径曲线轨道整体道床支承轮轨系统作为研究对象，由于在整体道床中轨道板镶嵌在道床中，轨道和整体道床直接通过扣件连接，因此研究了扣件结构中各参数（扣件间距、扣件垂向刚度、扣件横向刚度、扣件纵向刚度、扣件垂向阻尼、扣件横向阻尼、扣件纵向阻尼）对轮轨摩擦自激振动的影响. 根据现场调研，轨道支承结构的参数变化范围如表 3 所示[16, 21]. 通常而言，扣件的横向刚度和纵向刚度相等，横向阻尼和纵向阻尼相等，因此在参数化研究中其变化范围和变化趋势一致[12, 21].

通过控制变量法分别研究了轨道支承结构中这 7 个主要因素对轮轨摩擦自激振动的影响规律. 首先，选取了各个参数的中间值作为控制变量（d = 0.7 m，K_{RY} = 25 MN/m，K_{RX} = K_{RZ} = 25 MN/m，C_{RY} = 5 000 N•s/m，C_{RX} = C_{RZ} = 1 400 N•s/m）；然后，固定控制变量改变单个影响因素，采用复特征值分析法研究单个因素对轮轨摩擦自激振动发生可能性的影响，如图 3 所示. 在复特征值分析中，复特征值的实部作为评定轮轨系统摩擦自激振动发生可能性的重要标准，当复特征值的实部大于 0 时，轮轨系统可能会产生摩擦自激振动，值越大，相应频率下轮轨系统的不稳定振动越容易发生，钢轨波磨发生的可能性越大[20].

表 3　轨道支承结构的参数变化范围

Tab. 3　Parameter variation range of track support structure

轨道支承结构参数	变化范围下限	变化范围上限	间隔
d/m	0.5	1.0	0.1
K_{RY}/(N•m^{-1})	5.0×10^6	5.5×10^7	10.0
K_{RX}/(N•m^{-1})	5.0×10^6	5.5×10^7	10.0
K_{RZ}/(N•m^{-1})	5.0×10^6	5.5×10^7	10.0
C_{RY}/(N•s•m^{-1})	1 000	9 000	2 000
C_{RX}/(N•s•m^{-1})	1 000	2 000	200
C_{RZ}/(N•s•m^{-1})	1 000	2 000	200

通过参数化分析可以发现，在小半径曲线轨道整体轨道上支承轮轨系统的摩擦自激振动主要发生在低轨上，且其主要频率约为 300 Hz 和 320 Hz. 随着扣件结构不同参数的改变，两个频率上轮轨系统摩擦自激振动的变化趋势不相同. 根据图 3(a)可以发现，随着扣件垂向刚度的增大，频率为 300 Hz 的不稳定振动逐渐增大，频率为 320 Hz 的不稳定振动逐渐减小. 根据图 3(b)可以发现，随着扣件横向/纵向刚度的增大，在两个频率上的不稳定振动呈现轻微增大的趋势. 根据图 3(c)可以发现，随着扣件垂向阻尼的增大，在两个频率上的不稳定振动呈现逐渐增大的趋势. 根据图 3(d)可以发现，随着扣件横向和纵向阻尼的增大，在两个频率的不稳定振动趋势没有明显变化. 根据图 3(e)可以发现，扣件间距对两个频率上的不稳定振动影响均很明显.

2.3　扣件结构的多参数拟合方程

考虑扣件结构中多参数间的相互作用，需将扣件结构的多参数拟合，为保证拟合方法简单准确，可采用最小二乘法得到轮轨系统摩擦自激振动发生可能性的预测方程[22-23].

首先，根据扣件结构对轮轨摩擦自激振动的参数化分析可知，主要影响因素有扣件垂向刚度、扣件横向（纵向刚度）、扣件垂向阻尼和扣件间距. 然后，根据各参数对轮轨系统复特征值实部的影响规律，采用最小二乘法进行多参数拟合. 选取了扣件垂向刚度的无量纲值作为影响轮轨系统复特征值实部的基本衡量因素. 根据扣件垂向刚度对轮轨系统摩擦自激振动发生可能性的拟合函数，同时考虑其他影响因素对预测结果的影响系数可以分别得到频率为 300 Hz 时和频率为 320 Hz 时轮轨系统复特征值实部和各影响因素的预测关系式，如式（4）和式（5）.

$$\alpha_1 = K_1(1.811K_{\mathrm{RY}}^{*} - 0.527\,5)\lambda_{K_{\mathrm{RX1}}}\lambda_{C_{\mathrm{RY1}}}\lambda_{d1}, \tag{4}$$

$$\alpha_2 = K_2(-0.699K_{\mathrm{RY2}}^{*} + 1.751)\lambda_{K_{\mathrm{RX2}}}\lambda_{C_{\mathrm{RY2}}}\lambda_{d2}, \tag{5}$$

式中：控制变量 K_1=6.356 和 K_2=12.932 分别为各个参数的中间值作为控制变量时计算得到的复特征值实部；α_1 和 α_2 分别为 K_1=6.356 和 K_2=12.932 时计算得到的最大特征值实部；K_{RY}^{*} 为扣件垂向刚度的无量纲值（$K_{\mathrm{RY}}^{*}=K_{\mathrm{RY}}/25$）；$\lambda_{K_{\mathrm{RX1}}}$、$\lambda_{C_{\mathrm{RY1}}}$、$\lambda_{d1}$ 分别为频率为 300 Hz 时扣件横向刚度、扣件垂向阻尼、扣件间距 d 对复特征值实部的影响系数，如式（6），其中 K_{RX}^{*}、C_{RY}^{*}、d^{*} 分别为扣件横向刚度、垂向阻尼和间距的无量纲值，即 $K_{\mathrm{RX}}^{*}=K_{\mathrm{RX}}/25$，$C_{\mathrm{RY}}^{*}=C_{\mathrm{RY}}/5\,000$，$d^{*}=d/0.7$；$\lambda_{K_{\mathrm{RX2}}}$、$\lambda_{C_{\mathrm{RY2}}}$、$\lambda_{d2}$ 分别为频率为 320 Hz 时扣件横向刚度、扣件垂向阻尼、扣件间距对复特征值实部的影响系数，如式（7）.

$$\begin{cases} \lambda_{K_{\mathrm{RX1}}} = -0.122K_{\mathrm{RX}}^{*2} + 0.453\,5K_{\mathrm{RX}}^{*} + 0.665\,3, \\ \lambda_{C_{\mathrm{RY1}}} = -0.424\,6C_{\mathrm{RY}}^{*2} + 1.42C_{\mathrm{RY}}^{*} + 0.008\,182, \\ \lambda_{d1} = \dfrac{0.032\,86}{(d^{*2} - 1.667d^{*} + 0.699\,6)}, \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \lambda_{K_{\mathrm{RX2}}} = \dfrac{(19.23K_{\mathrm{RX}}^{*2} - 1.708)}{(K_{\mathrm{RX}}^{*2} + 17.96K_{\mathrm{RX}}^{*} - 1.338)}, \\ \lambda_{C_{\mathrm{RY2}}} = -0.424\,6C_{\mathrm{RY}}^{*2} + 1.42C_{\mathrm{RY}}^{*} + 0.008\,182, \\ \lambda_{d2} = \dfrac{(-0.126\,2d^{*} + 0.181\,8)}{(d^{*3} - 3.063d^{*2} + 2.945d^{*} - 0.838\,4)}. \end{cases} \tag{7}$$

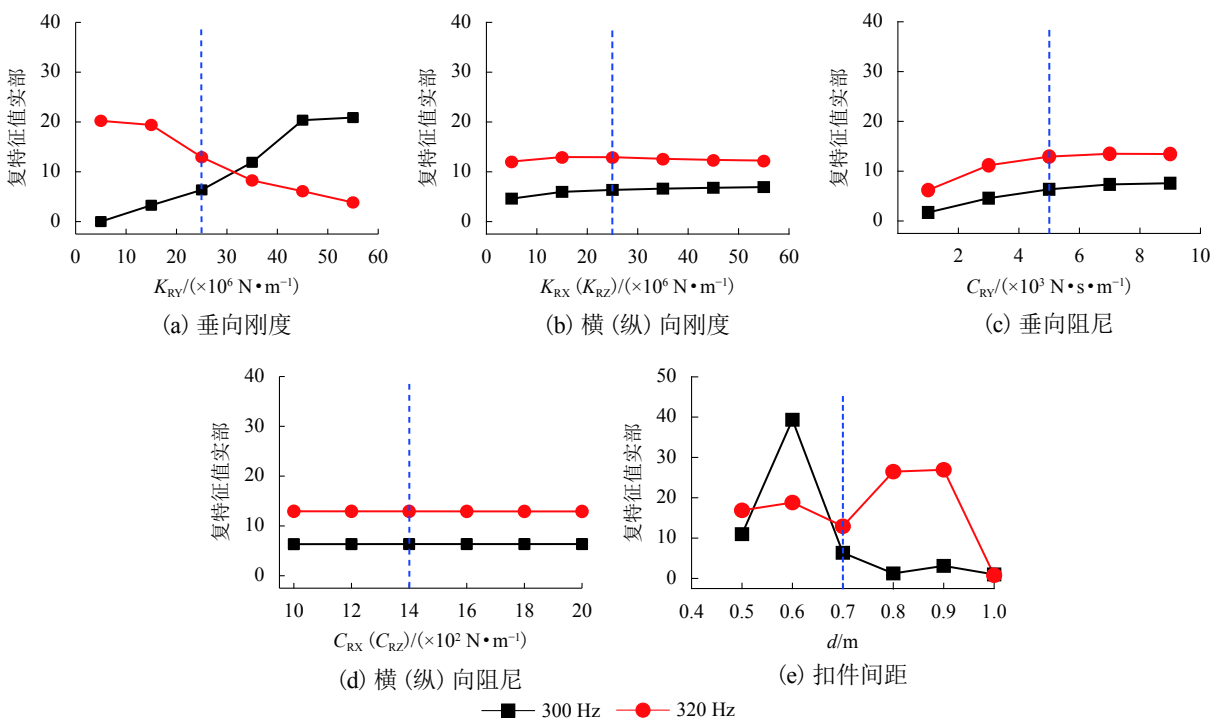
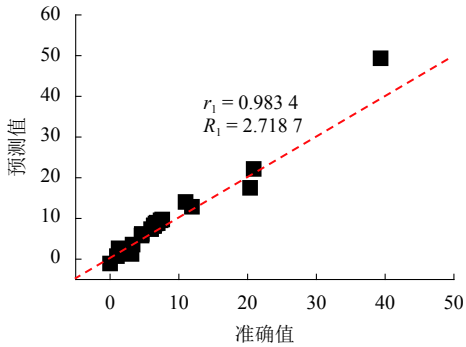


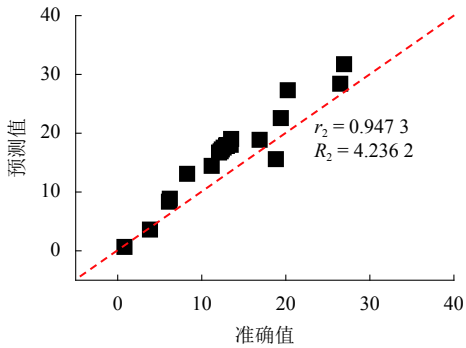
图 3 单个因素对轮轨摩擦自激振动的影响规律

Fig. 3 Influence of single factor on the frictional self-excited vibration of wheelset-track system

为验证扣件结构多参数拟合方程的准确性，根据该方程预测得到的预测值和参数化分析中的准确值进行对比，如图 4 所示. 通过计算可得到：频率为 300 Hz 时拟合方程的相关系数 r_1=0.983 4，均方根误差 R_1=2.718 7；频率为 320 Hz 时拟合方程的相关系数 r_2=0.947 3，均方根误差 R_2=4.236 2. 预测得到的结果和参数化分析得到的结果具有较好的吻合性.



(a) 300 Hz



(b) 320 Hz

图 4　扣件结构多参数拟合方程的验证

Fig. 4　Verification of multi-parameter fitting equations for fastener structures

根据式(4)和式(5)可以发现：在适当范围内当 $K_{RY}=5$ MN/m，$K_{RX}=K_{RZ}=5$ MN/m，$C_{RY}=1\,000$ N•s/m，$d=1.0$ m 时，频率为 300 Hz 的轮轨摩擦自激振动发生的可能性最小；在适当范围内当 $K_{RY}=55$ MN/m，$K_{RX}=K_{RZ}=5$ MN/m，$C_{RY}=1\,000$ N•s/m，$d=1.0$ m 时，频率为 320 Hz 的轮轨摩擦自激振动发生的可能性最小；当扣件垂向刚度取值较小时，尽管轮轨系统在 300 Hz 时的摩擦自激振动得到了抑制，但是在 320 Hz 时的摩擦自激振动发生的可能性增大，反之亦然. 这也可以解释前期实际线路中通过调整扣件垂向刚度所引发的新的波磨问题[5-6]. 因此在适当范围内，扣件的垂向阻尼为 1 000 N•s/m，扣件间距为 1.0 m 组合时，可以降低小半径曲线轨道上轮轨系统摩擦自激振动发生的可能性，这与 Oyarzabal 等[11]预测得到的结果近似，从一定程度上可以相互验证. 扣件垂向刚度的选取需要根据实际线路的减振需求，结合拟合方程可确定抑制轮轨摩擦自激振动的最优取值. 因此，轮轨摩擦自激振动作为诱导钢轨波磨的关键因素，抑制轮轨摩擦自激振动的发生在一定程度上有助于抑制钢轨波磨. 对于式(4)和式(5)，仍需结合实际工况考虑更多影响因素进行进一步的完善.

3　结　论

根据轮轨系统摩擦耦合自激振动导致钢轨波磨的观点研究了整体轨道支承结构中扣件结构各参数对轮轨系统摩擦自激振动的影响规律. 通过最小二乘法将轮轨摩擦自激振动的主要影响参数拟合，得到预测轮轨摩擦自激振动发生可能性的回归方程，提出了抑制小半径曲线轨道轮轨摩擦自激振动的相应措施. 得到如下结论：

1）在小半径曲线轨道上，轮轨间饱和蠕滑力引起的轮轨摩擦自激振动是诱导该区间钢轨波磨的关键因素，抑制轮轨摩擦自激振动的发生有助于抑制钢轨波磨的产生.

2）在整体道床支承的小半径曲线轨道上，轮轨系统的摩擦自激振动主要发生在约为 300、320 Hz 的频率上，扣件结构中扣件垂向刚度、扣件垂向阻尼和扣件间距对其具有明显影响.

3）根据预测轮轨摩擦自激振动发生可能性的扣件结构多参数拟合方程，在适当范围内，扣件的垂向阻尼为 1 000 N•s/m，扣件间距为 1.0 m 组合时，可以降低小半径曲线轨道上轮轨系统摩擦自激振动发生的可能性，从而有助于降低钢轨波磨发生的可能性.

致谢：城市轨道交通车辆系统集成与控制重庆市重点实验室开发基金（CKLURTSIC-KFKT-201802）.

参考文献：

[1] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation: characteristics, causes, and treatments[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2009, 207(16): 57-68.

[2] OOSTERMEIJER K H. Review on short pitch rail corrugation studies[J]. Wear, 2008, 265(9): 1231-1237.

[3] 金学松，李霞，李伟，等. 铁路钢轨波浪形磨损研究进展[J]. 西南交通大学学报，2016，51(2)：264-273.
JIN Xuesong, LI Xia, LI Wei, et al. Review of rail corrugation process[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2016, 51(2): 264-273.

[4] EGANA J I, VINOLAS J, SECO M. Investigation of the influence of rail pad stiffness on rail corrugation on a transit system[J]. Wear, 2006, 261(2): 216-224.

[5] ZHANG H, LIU W, LIU W, et al. Study on the cause and treatment of rail corrugation for Beijing metro[J]. Wear, 2014, 317(1/2): 120-128.

[6] CUI X L, CHEN G X, YANG H G, et al. Study on rail corrugation of a metro tangential track with Cologne-egg type fasteners[J]. Vehicle System Dynamics, 2016, 54(3): 353-369.

[7] LIU W, ZHANG H, LIU W, et al. Experimental study of the treatment measures for rail corrugation on tracks with Egg fasteners in the Beijing metro[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2017, 232(5): 1360-1374.

[8] ZHAO C, WANG P, SHENG X, et al. Theoretical simulation and experimental investigation of a rail damper to minimize short-pitch rail corrugation[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 1(1): 1-14.

[9] WU T X. Effects on short pitch rail corrugation growth of a rail vibration absorber/damper[J]. Wear, 2011, 271(1): 339-348.

[10] YAN Z, MARKINE V, GU A, et al. Optimisation of the dynamic properties of ladder track to minimize the chance of rail corrugation[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2014, 228(1): 292-298.

[11] OYARZABAL O, G MEZ J, SANTAMAR A J, et al. Dynamic optimization of track components to minimize rail corrugation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(3): 904-917.

[12] CHEN G X, ZHOU Z R, OUYANG H, et al. A finite element study on rail corrugation based on saturated creep force-induced self-excited vibration of a wheelset-track system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(22): 4643-4655.

[13] KURZECK B. Combined friction induced oscillations of wheelset and track during the curving of metros and their influence on corrugation[J]. Wear, 2011, 271(1): 299-310.

[14] SUN Y Q, SIMSON S. Wagon-track modelling and parametric study on rail corrugation initiation due to wheel stick-slip process on curved track[J]. Wear, 2008, 265(1): 1193-1201.

[15] 崔晓璐, 闫硕, 陈光雄. 短轨枕区间钢轨波磨的现场测试和数值研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(12): 171-176.
CUI Xiaolu, YAN Shuo, CHEN Guangxiong. Field measurement and numerical simulation for rail corrugation in sector of fixed dual short sleeper[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(12): 171-176.

[16] LI W, WANG H, WEN Z, et al. An investigation into the mechanism of metro rail corrugation using experimental and theoretical methods[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2016, 230(4): 1025-1039.

[17] 李霞. 地铁钢轨波磨形成机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.

[18] QIAN W, HUANG Z, OUYANG H, et al. Numerical investigation of the effects of rail vibration absorbers on wear behaviour of rail surface[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2019, 233(3): 424-438.

[19] BROCKLEY C A, KO P L. An investigation of rail corrugation using friction-induced vibration theory[J]. Wear, 1988, 128(1): 99-106.

[20] ABUBAKAR A R, OUYANG H. Complex eigenvalue analysis and dynamic transient analysis in predicting disc brake squeal[J]. International Journal of Vehicle Noise and Vibration, 2006, 2(2): 143-155.

[21] 李伟. 地铁钢轨波磨成因及其对车辆/轨道行为的影响研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.

[22] ZHAO H Y, JENG D S. Accumulated pore pressures around submarine pipeline buried in trench layer with partial backfills[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2016, 142(7): 1-15.

[23] HUANG B, ZHU B, CUI S A, et al. Influence of current velocity on wave-current forces on coastal bridge decks with box girders[J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23(12): 1-21.

（中、英文编辑：徐 萍）